

ΑΠΕΙΞ

8/10/18

email:

~~giannoul~~ giannoul@uoi.gr

users.uoi.gr / giannoul / AL3.html

↓
[Έχει σημειώσεις και θέματα εξετάσεων]
ΑΠ III : υπεγ 1-3

Εύδοξος : Marsden, Tromba Διαφοσκατικός
Λογισμός

γενικότερα για Ανάλυση : W. Rudin, Αρχές Μαθημ
Ανάλυσης
(Principles of ~~the~~ Mathematical Analysis)

→ Τι να κάνω για να <<περάσω>> ? 😊

- 1) Καταλαβαίνω τις έννοιες, δηλ. τους ορισμούς
- 2) Πρωτίστου τα βασικά θεωρήματα (καταλαβαίνω τι λένε αυτά)
- 3) Τα εφαρμόζουμε σωστά [Ασκήσεις / Θέματα]

Παρατήρηση 1) Οι σημειώσεις σαν τάξη δείχνουν ποια είναι η εξεταστέα ύλη.

2) Καλό είναι να λύνουμε όσο περισσότερα γίνεται ασκήσεις από τις <<σημειώσεις>> και από τον Marsden, Tromba ()

3) Πριν την εξέταση προσπαθούμε να λύσουμε θέματα εξετάσεων.

Κεφάλαιο 1: Ο Ευκλείδειος χώρος \mathbb{R}^k

Ερώτηση (E): Με τι ασχολείται ο $\text{Απει} \mathbb{R}^3$?

Απάντηση (A): Με τις αναλυτικές ιδιότητες συναρτήσεων με περισσότερες (από μία) πραγματικές ανεξάρτητες ή/και εξαρτημένες μεταβλητές.

Αναλυτικές ιδιότητες: Όρια, συνέχεια, Διαφοριστικότητα
[ΑΠ III: ολοκληρωσιμότητα]

Παράδειγμα (1): Πραγματική συνάρτηση (δηλ. έχει τιμές πραγματικούς αριθμούς) περισσότερων (ή πολλών) πραγματικών μεταβλητών

① Έστω $U \subset \mathbb{R}^3$ το Αμειωθέντα \mathbb{R}^3 και $f(x, y, z) \in \mathbb{R}$ η θερμοκρασία που επιγράφει στο σημείο $(x, y, z) \in U$
έχουμε δηλ. $f: U \rightarrow \mathbb{R}$, $U \subset \mathbb{R}^3$
[και $f(x, y, z)$ η θερμοκρασία στο $(x, y, z) \in U$]

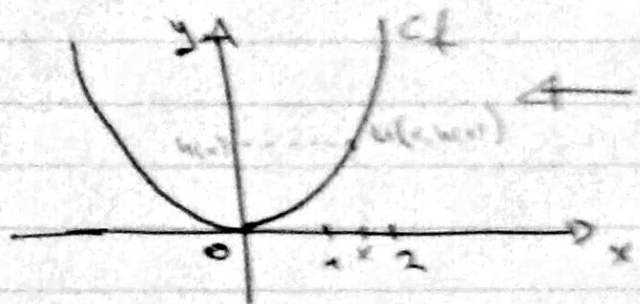
② $g: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x, y) = x^2 + y^2$
Πεδίο Ορισμού: $U = \mathbb{R}^2$
Πεδίο Τιμών (ή σύνολο αειξέως): \mathbb{R}
Σύνολο τιμών (ή εικόνα): $g(\mathbb{R}^2) = \{g(x, y) : (x, y) \in \mathbb{R}^2\} \subset \mathbb{R}$
 $x^2 + y^2$ και $x, y \in \mathbb{R}$

Επίσης $g(\mathbb{R}^2) \subset [0, +\infty)$

Θέλουμε να το δούμε φραγμένα!

→ D

Υπόδειξη: Για πραγματική συνάρτηση μιας πραγματικής μεταβλητής π.χ. $h(x) = x^2, x \in \mathbb{R}$ η γραφική της παράσταση είναι η εξής:



← γραφική της h :

$$\Gamma_h(\mathbb{R}) = \{ (x, h(x)) : x \in \mathbb{R} \} \subset \mathbb{R}^2$$

$$h: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$

x : ανεξάρτητη μεταβλητή

y : εξαρτημένη - II -

Αντίστοιχα: δια των $g(x, y) = x^2 + y^2$

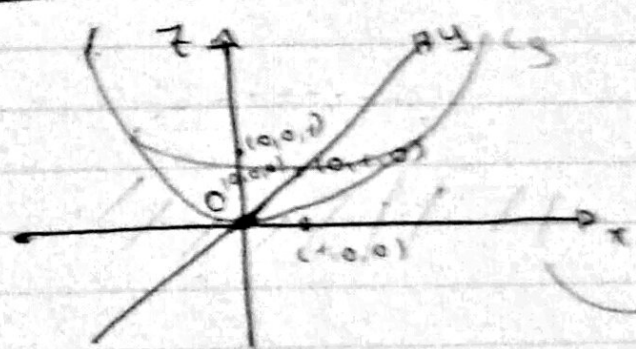
γραμμική παράσταση με γραφική:

$$\Gamma_g(\mathbb{R}^2) = \{ (x, y, g(x, y)) : (x, y) \in \mathbb{R}^2 \}$$

$$\Gamma_g(\mathbb{R}^2) \subset \mathbb{R}^3$$

Επιπέδιο παραβολοειδές

Πεδίο ορισμού \mathbb{R}^2

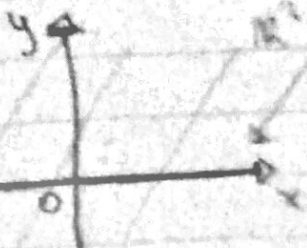


⊗

Σ' αυτό το παράδειγμα τα x, y είναι οι ανεξάρτητες μεταβλητές ενώ το z είναι η εξαρτημένη.

Παρατηρήσει: Το βασικότερο που οδηγεί να καταλάβουμε είναι τέτοιες συναρτήσεις $g: U \rightarrow \mathbb{R}, U \subset \mathbb{R}^n$

Παρατηρούμε ότι αν περιορίσουμε των $g: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ στην ευθεία $\{ (x, 0) \in \mathbb{R}^2 : x \in \mathbb{R} \} \subset \mathbb{R}^2$



Έχουμε μια συνάρτηση $G(x) = g(x, 0) = x^2, x \in \mathbb{R}$
 Δια μια παραβολή στον \mathbb{R}^2